

(Đề thi gồm 02 trang)

BÀI THI MÔN: TOÁN
(Thời gian: 120 phút không kể giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{10} - 3} - \sqrt{19 - 6\sqrt{10}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - x} \text{ (với } x > 0; x \neq 1).$$

- a) Rút gọn biểu thức A, B .
- b) Tìm các giá trị của x để $A > 9B$.

Bài 2 (1,5 điểm).

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x+2} + 2\sqrt{y-3} = 7 \\ \frac{2}{x+2} - 3\sqrt{y-3} = -7 \end{cases}$$

2. Bạn Huy có ý định mua một cuốn truyện trị giá 200 000 đồng. Hiện tại bạn Huy đã có 80 000 (đồng) nên bạn ấy lên kế hoạch tiết kiệm mỗi ngày 2000 (đồng). Gọi y (đồng) là tổng số tiền bạn Huy đã có với số tiền tiết kiệm được sau x (ngày).

- a) Lập công thức biểu diễn hàm số y theo x .
- b) Hỏi bạn Huy tiết kiệm trong bao nhiêu ngày thì mua được cuốn truyện đó?

Bài 3 (2,5 điểm).

1. Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 6m - 9 = 0$ (1) (m là tham số)

- a) Giải phương trình (1) với $m = -1$.
- b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn đẳng thức: $x_1^2 + x_2^2 = 18$.

2. Bài toán có nội dung thực tế:

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 108 km. Cùng lúc đó một xe máy khởi hành từ B đến A với vận tốc lớn hơn vận tốc xe đạp là 18 km/h. Sau khi hai xe gặp nhau thì xe đạp phải đi mất 4 giờ nữa mới tới B. Tính vận tốc của mỗi xe?

Bài 4 (0,75 điểm).

Một lon nước ngọt hình trụ có thể tích bằng $108\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. Biết chiều cao của lon nước ngọt gấp hai lần đường kính đáy. Tính diện tích vật liệu cần dùng để làm một vỏ lon như vậy (bỏ qua diện tích phần ghép nối và coi lon nước ngọt là một hình trụ tròn).

Bài 5 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O ($AB < AC$), đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H; AO cắt BC tại I; AH cắt EF tại Q. M là trung điểm BC.

- Chứng minh rằng tứ giác BCEF nội tiếp và $AE.AC = AB.AF$.
- Kẻ tiếp tuyến xx' với (O) tại A. Chứng minh rằng $AO \perp EF$ và $DAEQ \sim DABI$.
- Chứng minh rằng $QI \parallel HM$.

Bài 6 (0,75 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$. Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức:
$$P = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + y^2 + 3}} + \frac{1}{\sqrt{2y^2 + z^2 + 3}} + \frac{1}{\sqrt{2z^2 + x^2 + 3}}$$

----- **Hết** -----

(Giám thị coi thi không giải thích thì thêm)

Họ tên thí sinh: SBD:..... Phòng thi:.....

Họ tên giám thị 1: Họ tên giám thị 2:

Bài	Yêu cầu cần đạt	Điểm
Bài 1 (1,5 điểm)	a) (1.0 điểm)	
	$A = \sqrt{10} + 3 - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$	0,25
	$A = \sqrt{10} + 3 - \sqrt{10} - 3 $ $A = \sqrt{10} + 3 - (\sqrt{10} - 3) \text{ (vì } \sqrt{10} > 3)$ $A = 6$	0,25
	Với $x > 0; x \neq 1$ Ta có: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$	0,25
	b) (0.5 điểm)	
	Do: $A > 9B \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} < \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{3} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x}} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 3 \Leftrightarrow x < 9.$	0,25
	Kết hợp điều kiện: $x > 0; x \neq 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 9 \\ x \neq 1 \end{cases}$	0,25
Bài 2 (1,5 điểm)	1. (0.75 điểm)	
	$\begin{cases} \frac{1}{x+2} + 2\sqrt{y-3} = 7 \\ \frac{2}{x+2} - 3\sqrt{y-3} = -7 \end{cases} \quad (\text{ĐK: } x \neq -2; y \geq 3) \quad \text{Đặt: } \begin{cases} u = \frac{1}{x+2} \quad (u \neq 0, v \geq 0) \\ v = \sqrt{y-3} \end{cases}$	0,25
	Ta có: (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} u + 2v = 7 \\ 2u - 3v = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 3 \\ u = 1 \end{cases} \text{ (tm)}$	
	Khi đó: $\begin{cases} \frac{1}{x+2} = 1 \\ \sqrt{y-3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (tm)}$	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (-1; 12)$	0,25
	2. (0.75 điểm)	
	a) Công thức hàm số biểu thị y theo x là: $y = 2000x + 80000$.	0,25

	b) Số ngày tiết kiệm để mua được cuốn truyện là: $2000x + 80000 = 200000$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 60$. Vậy bạn Huy tiết kiệm trong 60 ngày thì mua được cuốn truyện.	0,25
Bài 3 (2,5 điểm)	1. (1.5 điểm)	
	a) (0.5 điểm)	
	Với $m = -1$ phương trình (1) có dạng $x^2 + 2x - 3 = 0$ (*)	0,25
	Có: $a + b + c = 1 + 2 + (-3) = 0$ $\Rightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = -3$. Vậy với $m = -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = -3$.	0,25
	b) (1.0 điểm)	
	Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - (-6m - 9) > 0$ $\Leftrightarrow (m + 3)^2 > 0 \Leftrightarrow m + 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -3$	0,25
	Áp dụng định lý Viét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -6m - 9 \end{cases} (*)$	0,25
	Xét đẳng thức: $x_1^2 + x_2^2 = 18 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 18$ (2)	0,25
	Thay (*) vào (2) ta có phương trình: $m(m + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(tm) \\ m = -3(ktm) \end{cases}$	
	Vậy $m = 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn đẳng thức: $x_1^2 + x_2^2 = 18$	0,25
	2. (1.0 điểm)	
	Gọi vận tốc xe đạp đi từ A đến B là: x (km/h) (với $x > 0$)	0,25
	Khi đó vận tốc xe máy đi từ B đến A là: $(x + 18)$ (km/h) Thời gian xe đạp đi từ A đến lúc gặp nhau là: $\frac{108}{x} - 4$ (h) Thời gian xe máy đi từ B đến lúc gặp nhau là: $\frac{4x}{x + 18}$ (h)	0,25
	Thời gian xe đạp và xe máy cùng xuất phát đến khi gặp nhau bằng nhau nên ta có phương trình: $\frac{108}{x} - 4 = \frac{4x}{x + 18}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 18(tm) \\ x = -\frac{27}{2}(ktm) \end{cases}$ Vậy vận tốc xe đạp là: 18 (km/h); Vận tốc xe máy là: $18 + 18 = 36$ (km/h)	0,25
Bài 4	(0,75 điểm)	
	Gọi bán kính đường tròn đáy lon nước ngọt là: r ($r > 0$) Khi đó chiều cao lon nước là: $4r$	0,25

	* AO cắt (O) tại N $\Rightarrow ABC = ANC$ (cùng chắn cung AC) (1) Mà : $ABC + BAD = 90^\circ$ (Vì $\triangle ABD$ vuông tại D)(2) $ANC + CAN = 90^\circ$ (Vì $\triangle ANC$ vuông tại N)(3) Từ (1); (2); (3) $\Rightarrow BAD = CAN$ $\Rightarrow NAD + BAD = NAD + CAN$ $\Rightarrow BAI = QAE$	0,25
	* Xét $\triangle ABI$ và $\triangle AEQ$ có: $BAI = QAE$ (chứng minh trên) $AEQ = ABI$ (vì $BCEF$ nội tiếp) $\Rightarrow \triangle ABI \cong \triangle AEQ$ (g.g) (đpcm)	0,25
	c) (0,75 điểm)	
	Xét $\triangle AFH$ và $\triangle ACN$ có: $FAH = CAN$ (chứng minh trên) $AFH = ACN = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow \triangle AFH \cong \triangle ACN$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AH}{AN}$ (1)	0,25
	Lại có: $\triangle AEQ \cong \triangle ABI$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AQ}{AI}$ (2) Mà : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ (3) (theo câu a) Từ (1); (2); (3) $\Rightarrow \frac{AH}{AN} = \frac{AQ}{AI} \Rightarrow \frac{AH}{AQ} = \frac{AN}{AI}$	0,25
	Xét $\triangle AHN$, có : $\frac{AH}{AQ} = \frac{AN}{AI}$ (Chứng minh trên) $\Rightarrow HN \parallel QI$ (Định lý Ta lét đảo) Mặt khác tứ giác: $BHCN$ là hình bình hành (vì hai cặp cạnh đối song song) $\Rightarrow M$ là trung điểm $HN \Rightarrow HM \parallel QI$ (đpcm)	0,25
Bài 6 (0,75 điểm)	(0,75 điểm)	
	+ Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho các số $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z} > 0$ ta được: $3 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} \Rightarrow xyz \geq 1$ + Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta có: $2x^2 + y^2 + 3 = x^2 + y^2 + x^2 + 1 + 2 \geq 2xy + 2x + 2$	0,25

	$P = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + y^2 + 3}} + \frac{1}{\sqrt{2(xy + x + 1)}}$ Tương tự ta có: $\frac{1}{\sqrt{2y^2 + z^2 + 3}} + \frac{1}{\sqrt{2(yz + y + 1)}}; \frac{1}{\sqrt{2z^2 + x^2 + 3}} + \frac{1}{\sqrt{2(xz + z + 1)}}$ $P \leq \frac{1}{\sqrt{2(xy + x + 1)}} + \frac{1}{\sqrt{2(yz + y + 1)}} + \frac{1}{\sqrt{2(xz + z + 1)}}$ $P \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{xy + x + 1}} + \frac{1}{\sqrt{yz + y + 1}} + \frac{1}{\sqrt{xz + z + 1}} \right)$	
	Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta được: $P \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{3 \left(\frac{1}{xy + x + 1} + \frac{1}{yz + y + 1} + \frac{1}{xz + z + 1} \right)}$	0,25
	Có: $\frac{1}{xy + x + 1} + \frac{1}{yz + y + 1} + \frac{1}{xz + z + 1} = \frac{1}{xy + x + 1} + \frac{x}{xyz + xy + x} + \frac{xy}{xz \cdot xy + z \cdot xy + xy}$ $\leq \frac{1}{xy + x + 1} + \frac{x}{1 + xy + x} + \frac{xy}{x + 1 + xy} \leq 1 \text{ (vì: } xyz \geq 1 \text{)}$ $P \leq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = 1$ Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{\sqrt{6}}{2}$ khi $x = y = z = 1$.	0,25
Tổng		10 điểm

Chú ý:

- Học sinh làm cách khác, đúng vẫn cho điểm tối đa tương ứng với biểu điểm; làm đúng đến đâu cho điểm đến đó.
- Trong một câu, nếu thí sinh làm phần trên sai, dưới đúng thì không chấm điểm.
- Bài toán hình học, học sinh vẽ hình sai không chấm; không vẽ hình mà làm đúng thì cho nửa số điểm của phần đó.
- Trong một bài có nhiều phần, học sinh công nhận kết quả phần trên để làm phần dưới mà đúng thì vẫn chấm điểm.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và điểm không làm tròn.

----- **Hết** -----